

DAV/DGVFM-Herbsttagung, Mannheim, 19. November 2024

Optimale Portfolios mit nachhaltigen Assets - Aspekte für Lebensversicherer

Ralf Korn (RPTU Kaiserslautern-Landau, Fraunhofer ITWM Kaiserslautern)

Plan

- Aspekte der Nachhaltigkeitsproblematik (ESG, Rating, Lebensversicherer, ...)
- Grundlagen der zeitstetigen Portfolio-Optimierung
- Anwendung mit Nachhaltigkeitsnebenbedingung
- Steuerung mittels Besteuerung/Förderung
- Langfristige Entscheidungen und Klimaszenarien/Steuerungsszenarien
- (Deckungsstockumbau)
- ...

Warnungen

Bei vielem, was kommt:

- Sicht des Wissenschaftlers auf die Praxis
- Zahlenbeispiele dienen nur der Illustration
- Entwicklungsarbeit bis zur Serienreife nötig
- Ignorieren heißt, eine echte Chance zu verpassen ...

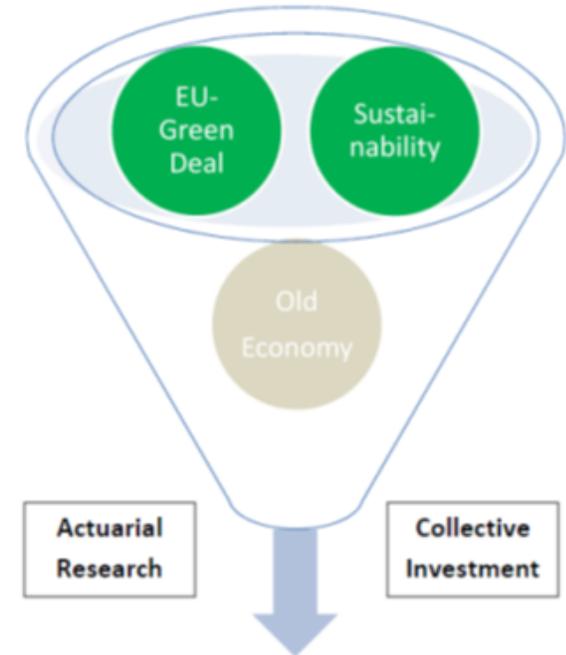
Zugrunde liegende Literatur

Ralf Korn, Ajla Nurkanovic (2023) Optimal portfolios with sustainable assets: Aspects for life insurers. *European Actuarial Journal* **13**, 125–145 (2023).

<https://doi.org/10.1007/s13385-023-00342-8>

Ralf Korn (2024) A Framework for Optimal Portfolios with Sustainable Assets and Climate Scenarios. Submitted.

Ralf Korn, Ajla Nurkanovic (2024) Portfolio Optimization and Sustainable Taxation. Working Paper.



Good performance and bright future

Optimal investment with sustainable assets

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Allgemeine Aspekte

- **Nachhaltigkeit** ist ein wesentlicher Aspekt unseres zukünftigen (und jetzigen!) Lebens
- **Lebensversicherer** können **langfristige Investments** und somit solche in nachhaltige, strukturelle Investments wie **Wind-/Solarparks, energie-effiziente Gebäude, etc.** tätigen
- Hauptproblem:
 - **Klassifikation** eines Investments als „nachhaltig“ (ESG-kompatibel, **Grüne** Anlage, ...)
 - **Zuordnung** eines „Nachhaltigkeitsgrads“
 - Gefahr des **Verlusts** des Nachhaltigkeitsgrads des Investments

Hauptproblem in Deutschland: Mehr Angst vor Green-Washing als vor dem Klimawandel!

- **Weitere Aspekte:**
 - Führen Nachhaltigkeitsforderungen zu einer schlechteren Performance des Portfolios?
 - Geeignete Modelle für die Wertentwicklung nachhaltiger und nicht-nachhaltiger Anlagen?
 - Kann ein Lebensversicherer Ausfallrisiken eines Nachhaltigkeitsstatus versichern?

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Mögliche Nachhaltigkeitsratings

Typen von Nachhaltigkeitsratings

Bloomberg Rating.

ESG-Scorings zwischen 0 und 100 (100 = bester Wert) für 11,500 Firmen aus 83 Ländern basierend auf ca. 800 Kriterien (siehe Heinke (2021))

Heinke (2021): Erweitert das Bloomberg-Rating auf Firmen, Institutionen und Länder, die nicht durch das Bloomberg-Rating erfasst werden

Aber:

Was ist mit Investment in lokale Infrastruktur? Was mit Recycling? Was mit Verbesserung von Luft- und Wasserqualität? ... Ist das Ganze nicht viel zu schwerfällig und zu teuer?

Hier:

Wir nehmen lediglich an, dass ein Nachhaltigkeitsrating vorliegt, rechtliche oder politische Aspekte sind außerhalb unserer Kompetenz.

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Ein einfaches Portfolioproblem

- Markt vom Black-Scholes-Typ mit Geldmarktkonto und n riskanten Assets mit Preisen

$$dB(t) = rB(t)dt, \quad dS_i(t) = S_i(t) \left[b_i dt + \sum_{j=1}^i \sigma_{ij} dW_j(t) \right]$$

- Asset i mit **Nachhaltigkeitsrating** $R_i \geq 0 \Rightarrow$ Nachhaltigkeitsrating eines Portfolios π von

$$R(t) := R^\pi(t) = \sum_{i=1}^n \pi_i(t) R_i(t)$$

- $D(t)$ sei die (Portfolio-) **Nachfrage** nach nachhaltigen Investments zur Zeit t

\Rightarrow Basis-Portfolioproblem mit Nachhaltigkeitsnebenbedingungen in stetiger Zeit

$$\max_{\pi(\cdot) \in A(x)} E_{0,x} \left(\ln(X^\pi(T)) \right) \quad s.t. \quad R(t) \geq D(t) \quad \forall t \in [0, T]$$

$$dX^\pi(t) = X^\pi(t) \left((r + \pi(t)'(b - r1))dt + \pi(t)'\sigma dW(t) \right)$$

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Lösung des Basisproblems

Proposition 1: Unter der Annahme konstanter Nachhaltigkeitsratings und der max-Nachfrage-Bedingung

$$D(t) \leq \max \{R_1, \dots, R_n\}$$

ist der (wachstums-) optimale Portfolioprozess unter Nachhaltigkeitsbedingungen gegeben als

$$\pi_S^{opt}(t) = \begin{cases} (\sigma\sigma')^{-1}(b - r1), & \text{falls } R(t)'(\sigma\sigma')^{-1}(b - r1) \geq D(t) \\ (\sigma\sigma')^{-1} \left[(b - r1) + \frac{D(t) - R(t)'(\sigma\sigma')^{-1}(b - r1)}{R(t)'(\sigma\sigma')^{-1}R(t)} R(t) \right], & \text{sonst} \end{cases}$$

Beachte:

- Für unabhängige Aktien gilt im zweiten Fall, dass ihre Positionen bei $b_i > r$ nicht reduziert werden. Sie werden **aber nur für nachhaltige Aktien erhöht**.
- Gleichzeitig werden bei unabhängigen Aktien zusätzliche Kredite nur für den **Kauf nachhaltiger Aktien verwendet**.

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Ein Zahlenbeispiel

Bsp. 1: $d=2$, unabh. Aktien, Nachhaltigkeitsnachfrage und -ratings fest

Fall π^* nicht die Nachhaltigkeitsnachfr. befriedigt, ist das optimale Portfolio unter Nebenbedingungen gleich

$$\pi_1^* \rightarrow \frac{b_1 - r + cR_1}{\sigma_1^2}, \pi_2^* \rightarrow \frac{b_2 - r + cR_2}{\sigma_2^2}, c = \frac{D - \pi_1^* R_1 - \pi_2^* R_2}{\frac{R_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{R_2^2}{\sigma_2^2}}$$

Für $D=0.2$, $r=0.01$, $b_1=0.03$, $b_2 = 0.04$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2= 0.3$, $R_1=0.1$, $R_2=0.3$ erhalten wir

$$\pi_1^* = 0.5 \rightarrow \frac{0.02+0.004}{0.04} = \mathbf{0.6}, \pi_2^* = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{0.03+0.012}{0.09} = \mathbf{0.467}$$

Also **wächst die (erw.) Portfoliorendite** von 0.03 auf 0.036, während die Portfoliovolatilität von 0.14 auf 0.18 ansteigt. Wird eine nicht-negative Position im Geldmarktkonto voraus gesetzt, so ergibt sich das optimale nachhaltige Portfolio als (0.5, 0.5).

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Ein nachhaltiger Deckungsstock

Basisanlage eines deutschen Lebensversicherers: der Deckungsstock (DS)

- DS ist ein gemanagter Fonds mit niedriger Volatilität und jährlicher Deklaration einer **festen Zinsrate** r für das in ihn investierte Vermögen (gültig für das **nächste** (!!!) Jahr).
- Der Deklaration geht ein komplizierter Prozess voraus, der nicht einfach zu modellieren ist.
- DS beinhaltet vielfältige Anlagen inklusive **Wind- und Solarparks, Gebäude, ...**

Proposition 2: Besitzt der DS unter der Annahme der max-Nachfrage-Bedingung

$$D(t) \leq \max \{R_0, R_1, \dots, R_n\}$$

ein Nachhaltigkeitsrating $R_0 \geq 0$, dann ist der optimale Portfolioprozess gleich

$$\pi_S^{opt}(t) = \begin{cases} (\sigma\sigma')^{-1}(b - r1), & \text{falls } R_0 + (R(t) - R_01)'(\sigma\sigma')^{-1}(b - r1) \geq D(t) \\ (\sigma\sigma')^{-1} \left[(b - r1) + \frac{D(t) - R_0 - (R(t) - R_01)'(\sigma\sigma')^{-1}(b - r1)}{(R(t) - R_01)'(\sigma\sigma')^{-1}(R(t) - R_01)} (R(t) - R_01) \right], & \text{sonst} \end{cases}$$

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Zahlenbeispiel mit nachh. DS

Bsp. 2: $d=2$, nicht-nachhaltige Aktien, nachhaltiger DS (sonst wie in Bsp. 1)

Falls π^* nicht die Nachhaltigkeitsnachfrage erfüllt, ist das optimale Portfolio gegeben als

$$\pi_1^* \rightarrow \frac{b_1 - r - cR_0}{\sigma_1^2}, \pi_2^* \rightarrow \frac{b_2 - r - cR_0}{\sigma_2^2}, c = \frac{D - R_0(1 - \pi_1^* - \pi_2^*)}{R_0^2} \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Wahlen von $D=0.2$, $r=0.01$, $b_1=0.03$, $b_2 = 0.04$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2= 0.3$, $R_0=0.3$, $R_1=0$, $R_2=0$ führen zu

$$\pi_1^* = 0.5 \rightarrow \mathbf{0.154}, \pi_2^* = \frac{1}{3} \rightarrow \mathbf{0.179}, \pi_0^* = \frac{2}{3}$$

Konsequenz:

Portfoliorendite fällt von 0.03 auf 0.018 und die **Portfoliovolatilität fällt** von 0.14 auf 0.062.

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – Konzeptionelle Herausforderungen

- **Gleichgewichtsoptimalität**, d.h. wie müssen die Rahmenbedingungen sein, damit die optimale Portfoliostrategie **automatisch nachhaltig** ist, also die Nebenbedingung erfüllt?
- **Optimale Portfolios mit Klimaszenarien**
- **Umbau des Deckungsstocks**
- **Versicherungslösungen** gegen einen **Nachhaltigkeitsratingsabstieg**?
- **Short selling** nachhaltiger Assets? Handel auf **Nachhaltigkeitsindices**?
-

Freiwillige optimale Nachhaltigkeit – Staatliche Anreize in beide Richtungen?

Wie erreicht man, dass ein optimales Portfolio bereits ohne Nebenbedingung diese erfüllt?

Wenn die Marktkoeffizienten der Anlagemöglichkeiten entsprechende Form haben ...

Idee:

Driftreduktion durch „**Reduktion (Besteuerung) von Dividenden nicht-nachhaltiger Aktien**“

- Reduktion muss so gewählt werden, damit das optimale Portfolio bereits die Nachhaltigkeitsnebenbedingung erfüllt
- **Erster Schritt:** Berechne die benötigten Reduktionen
- **Zweiter Schritt:** Wie sind sie tatsächlich in der Praxis durchzuführen, bzw. wie soll der Gesetzgeber ein einfach umsetzbares Kriterium hierfür festlegen?

=> Erster Schritt ist einfach, zweiter Schritt nicht ganz so ...

Vorschlag für den zweiten Schritt: **Vorgabe einer globalen unteren Grenze D für $D(t)$?**

Freiwillige optimale Nachhaltigkeit – Theoretisches Resultat

Proposition 3: Unter den Annahmen von Proposition 2 erfülle der optimale Portfolioprozess nicht die Nachhaltigkeitsnebenbedingung. Dann existiert eine Girsanov-Transformation, die bewirkt, dass mit dem zugehörigen Driftwechsel von b nach $b^*(t)$ mit

$$b^*(t) = b + \frac{D(t) - R_0 - (R(t) - R_0 \mathbf{1})(\sigma\sigma')^{-1}(b - r\mathbf{1})}{(R(t) - R_0 \mathbf{1})(\sigma\sigma')^{-1}(R(t) - R_0 \mathbf{1})} (R(t) - R_0 \mathbf{1})$$

der optimale Portfolioprozess $\pi^*(t)$ im transformierten Markt, gegeben als

$$\pi^*(t) = (\sigma\sigma')^{-1}(b^*(t) - r\mathbf{1}),$$

die Nachhaltigkeitsnebenbedingung erfüllt.

Interpretation: Driftwechsel als „(Be-)Steuerungsmaßnahme“ (mit Vorzeichen!) für Dividenden von Unternehmen gemäß Nachhaltigkeitsrating.

=> Lässt sich das „mit Vorzeichen“ motivieren ...?

Freiwillige optimale Nachhaltigkeit – Nochmal Beispiel 2

Wie erreicht man, dass ein optimales Portfolio bereits ohne Nebenbedingung diese erfüllt?

Wenn die Marktkoeffizienten der Anlagemöglichkeiten entsprechende Form haben ...

Idee:

Driftreduktion durch „Reduktion (Besteuerung) von Dividenden nicht-nachhaltiger Aktien“

$D=0.2$, $r=0.01$, $b_1=0.03$, $b_2 = 0.04$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2= 0.3$, $R_0=0.3$, $R_1=0$, $R_2=0$ führen zu

$$b_1 \rightarrow b_1 - r - cR_0 = \mathbf{0.00536}, b_2 \rightarrow b_2 - r - cR_0 = \mathbf{0.01536}, c = 0.0732$$

Beachte

- Die Reduktion ist **unabhängig** von der **Volatilität** der Aktien ...
- Im Fall nachhaltiger Aktien kann auch folgendes passieren
 - Leerverkauf einer „wenig nachhaltigen“ Aktie
 - Erhöhung der Drift einer „sehr nachhaltigen“ Aktie

=>

Noch konstruktive Ideen für eine politische Umsetzung notwendig!

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien

Was sind Klimaszenarien? (aus: SAA Sustainability Working Group (2024))

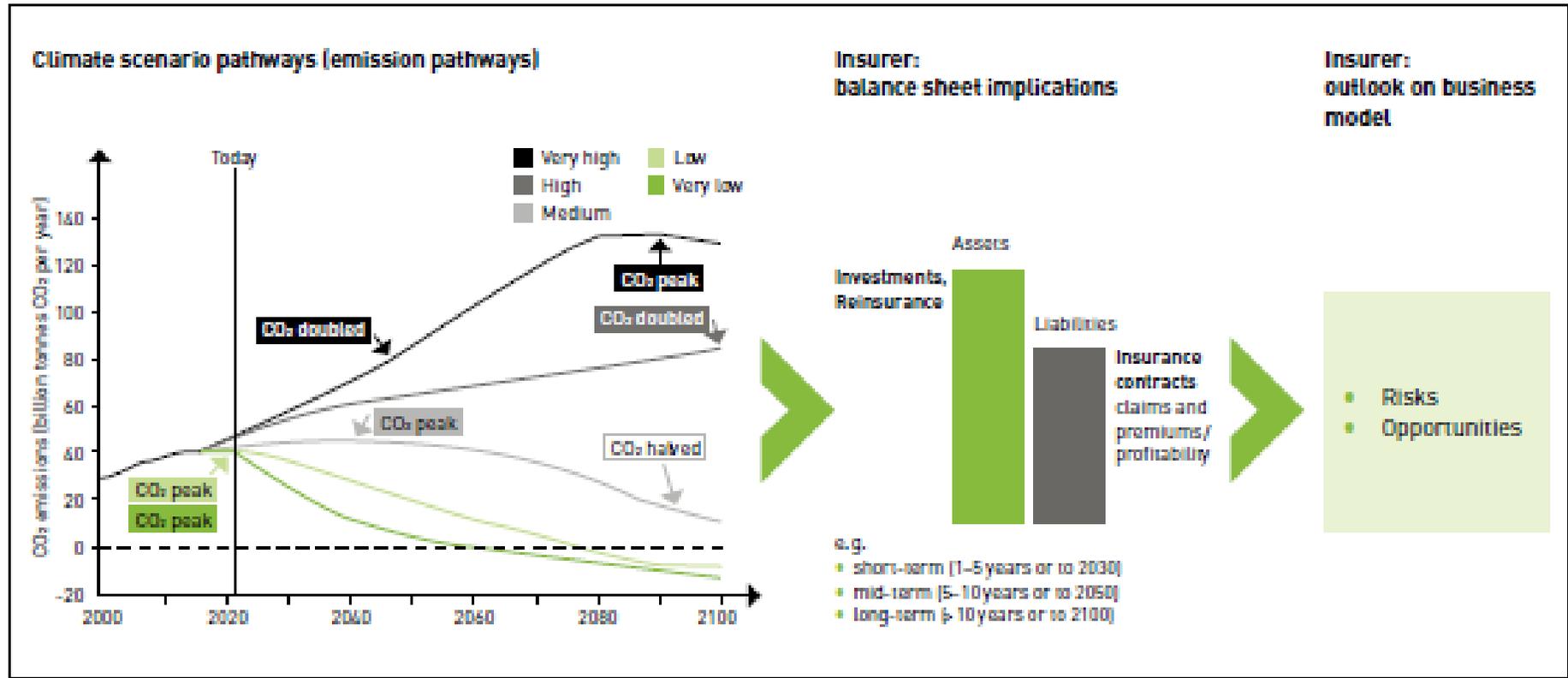


Figure 1

Source: left picture: Climate Science: A Summary for Actuaries, IAA; March 2022; other pictures: own design

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien – Konsequenzen?

Welche Konsequenzen ergeben sich aus verschiedenen Klimaszenarien?

- Politik wird **Klimakonsequenzen** in Abhängigkeit vom eingetroffenen Szenario ziehen
- **Hier relevant:** Mögliche klimaabhängige Besteuerung der Erträge der Firmen im Hinblick auf ihre Klimaverträglichkeit
- **Ann.:** Beschlusslage in Abhängigkeit des eintreffenden Klimaszenarios zu einem festen Zeitpunkt T ist **bereits heute festgelegt**
- **Mögliche Modellrelevante Umsetzung:** Aktienpreise mit klimaabhängigen Driftparametern

$$dS_i(t) = S_i(t) \left(b_i(t, K(t))dt + \sum_{j=1}^i \sigma_{ij} dW_j(t) \right)$$

wobei $K(t)$ z.B. das Klima zur Zeit t ausgedrückt in einer (Durchschnitts-)Temperatur sein kann.

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien – Klimaabhängige Driftparameter

Vorteil der Modellierung:

Das Maximieren des Log-Nutzens funktioniert wieder pfadweise, also

$$\pi^*(t) = (\sigma\sigma')^{-1}(b^*(t, K(t)) - r1)$$

ist der optimale Portfolio-Prozess ohne Nachhaltigkeitsnebenbedingungen. Derjenige mit Nachhaltigkeitsnebenbedingungen ergibt sich dann wie bisher.

Frage: Wo kommen die Nebenbedingungen her? => später im Beispiel!

Beachte:

- Als **große Investoren** können Lebensversicherer **keine großen Aktionen billig** ausführen !
- Vorausschauender Verzicht auf **falsche Erträge** kann sich lohnen!

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien – Klimaabhängige Driftparameter

Explizite Modellierung der klimaabhängigen Driftparameter:

Idee:

Da die Temperaturentwicklung (i.W.) beobachtbar ist und somit auch die Regierungsentscheidung im Zeitpunkt T , sollten sich die Driftparameter nicht schlagartig ändern, also stetig sein.

Naheliegende Wahl für die Driftfunktionen:

$$b(t, K(t)) = E(b(T, K(T)) | F_t) = \sum_{j=1}^m b^{(j)} P(\text{Szenario } j | F_t),$$

wobei der Parameter $b^{(j)}$ gerade der von der Regierung für das Szenario j angekündigten Maßnahme entspricht.

=>

Es sind die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Szenarien zu schätzen, was wiederum von der expliziten Modellierung der Temperaturentwicklung $K(t)$ abhängt.

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien – Stark vereinfachtes Beispiel

Beispiel: $d=1$, $r = 0.02$, $b = 0.05$, $\sigma = 0.3$, $R_0 = 0.1$, $R_1 = 0.4$, $T = 6$ (also 2030)

$\Rightarrow \pi^* = 1/3 \Rightarrow R^* = 0.2$

Szenarien:

Globale Erwärmung 2024: $K(0) = 1^\circ\text{C}$

S_1 : $D(T) = 0.3$, falls $K(6) \geq 1.5^\circ\text{C} \Rightarrow \pi_1 = 2/3$, wegen $b_1 = 0.08$

S_0 : $D(T) = 0.2$, falls $K(6) < 1.5^\circ\text{C} \Rightarrow \pi_0 = 1/3$, wegen $b_0 = 0.05$

Klimaparameter:

$$dK(t) = K(t)[0.1 dt + 0.1 dW^*(t)], \quad K(0) = 1$$

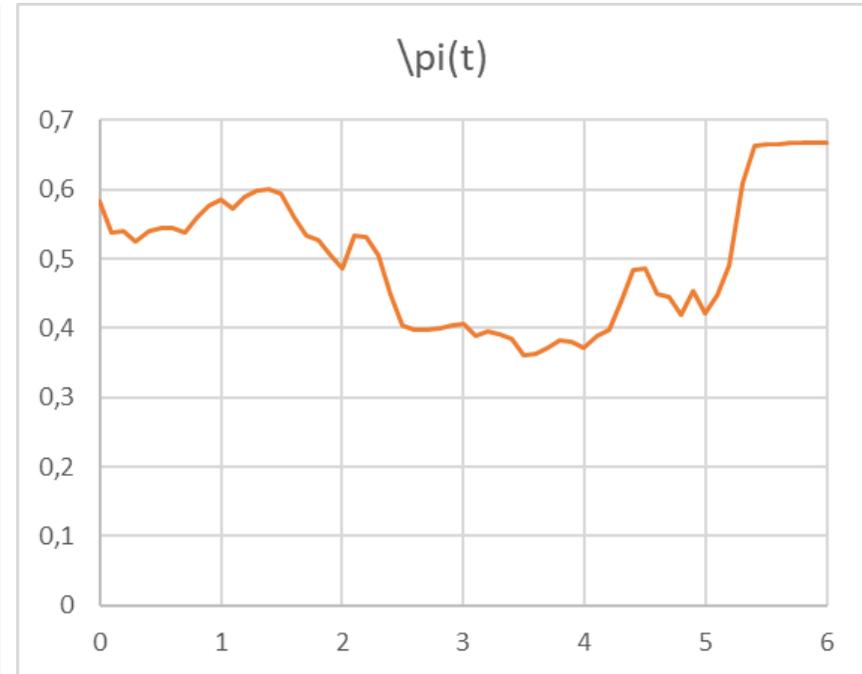
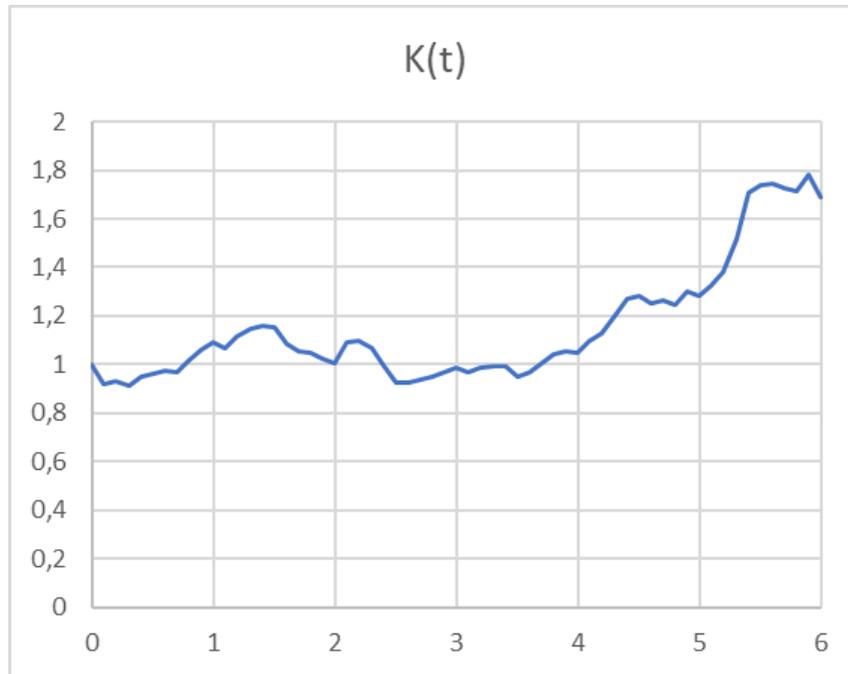
$$\Rightarrow E(K(t)) = e^{0.1t}, P(K(T) \geq 1.5 | \geq K(t)) = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{K(t)}{1.5}\right) + 0.095(6-t)}{0.1\sqrt{6-t}}\right)$$

Optimale Portfolios mit Klimaszenarien – Verlauf: Stark vereinfachtes Beispiel

Beispiel: $d=1$, $r = 0.02$, $b = 0.05$, $\sigma = 0.3$, $R_0 = 0.1$, $R_1 = 0.4$, $T = 6$ (also 2030)

$\Rightarrow \pi^* = 1/3 \Rightarrow R^* = 0.2$

Ein Verlauf:



Umbau des DS – DS-Modellierung

Eine theoretische Herausforderung in der praktischen Anwendung:

Modellierung der Entwicklung und Management des DS

- Wegen der **Vielfalt der Zutaten** (Staatsanleihen unterschiedlicher Laufzeit, Immobilien, ausfallrisikobehaftete Bonds, Wind- und Solarparks, ...) ist ein lognormales-Modell viel zu einfach
- Zeitstetiges Umschichten ist nur sehr approximativ gegeben
- Mischung von Buy-and-Hold-Strategien und festen Anteilen
- Erträge müssen den Kunden in 3-5 Jahren gutgeschrieben werden (gesetzliche Vorgabe)

Aber: Im Rahmen unserer Arbeit für die PIA haben wir bereits eine gute Approximation entwickelt, die auch leicht modifiziert im Portfolioproblem verwendet werden kann

=> **Es braucht einen klassischen Kompromiss zwischen Theorie und Realität ...**

Umbau des Deckungsstocks? – Benötigte Entscheidungen

Was ist die optimale Wahl von k ?

Vorschlag:

1. Wähle den maximalen Anteil D^* nachhaltigen Investments im Portfolio, der den Kunden als Ganzes angeboten werden soll.
2. Wähle den zugehörigen Wert k^* mit $R(k^*) \geq D(t) \forall t \in [0, T]$, so dass der zugeh. Portfolioprozess $\pi_S^{opt}(t; k^*)$ zur höchsten erwarteten Wachstumsrate mit $R(k^*) \geq D(t) \forall t \in [0, T]$ führt

Bemerkung:

Beachte, dass dies eine **kritische Entscheidung** ist, da die Kosten des Umbaus von DS aus vergangenen Erträgen bestritten werden!

Allerdings sind sie ein Investment in potentielle zukünftige Erträge ...

Umbau des Deckungsstocks? – Ein paar Zahlen

Die Daten (unabhängige Assets, nachhaltiger DS)

$D=0.25$, $r=0.01$, $b_1=0.03$, $b_2=0.04$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$, $R_0=0.25$, $R_1=0$, $R_2=0.2$ führen zum **nicht-zulässigen** optimalen Portfolio

$$p^* \square (1/2, 1/3), R \square 0.25 \square 1/6 \square 0.2 \square 1/3 \square 0.1083 \square 0.25 \square D$$

Das optimale **zulässige** Portfolio ist (siehe Proposition 2)

$$p_1^* \square \square 0.057, p_2^* \square 0.284, p_0^* \square 0.773$$

Allerdings: die **optimale Wachstumsrate fällt** dadurch von 0.02 auf 0.0137. **Umbau des DS als Lösung?**

Die Wahlen $R_0^*=0.45$, $\delta=1$, $\gamma=2$ führen zur optimalen Wahl von $k^*=0.5206$ mit $r(k^*) = 0.0059$, $R_0(k^*)=0.3795$. Hieraus ergibt sich das optimale nachhaltige Portfolio nach (!) Umbau des DS als

$$p_1 \ k^* \square 0.202, p_2 \ k^* \square 0.294, p_0 \ k^* \square 0.504$$

Beachte:

Es braucht eine **substantielle Reduktion** von r zum Umbau des DS. Dies erlaubt ein höheres Investment in die Aktien. Die optimale Wachstumsrate **steigt auf** 0.161 .

Und noch weitere Aspekte ...

- **Versicherungslösungen** gegen einen **Nachhaltigkeitsratingsabstieg**?
- **Short selling** nachhaltiger Assets? Handel auf **Nachhaltigkeitsindices**?
- Umsetzung der Nachhaltigkeit des Deckungsstocks in nachhaltige Produkte

....

Nachhaltige Anlagen und Lebensversicherer – es gibt noch mehr zu tun ...

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Vielen Dank!

Ralf Korn
FB Mathematik

RPTU Kaiserslautern-Landau

&

Fraunhofer ITWM
Abteilung Finanzmathematik
Kaiserslautern



Referenzen (nur zitierte)

Heinke V.G .(2021) Nachhaltigkeitsratings in der Optimierung der strategischen Asset Allokation. Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft **110**(4–5):317–342.

Korn R., Nurkanovic A. (2023) Optimal portfolios with sustainable assets: Aspects for life insurers. European Actuarial Journal **13**, 125–145.

Korn R., Nurkanovic A. (2024) Forcing an optimal portfolio to satisfy a given sustainability constraint. Working Paper.

SAA Sustainability Working Group (2024) Introduction to climate scenarios. Schweizer Aktuarvereinigung.